ALBERTO GIUNTA 000691428

Es 1

Di seguito sono riportati i tempi richiesti per la risoluzione di una matrice tridiagonale di ordine n tramite la variante di Gauss per le matrici tridiagonali e l’algoritmo classimo (ottenuto tramite la funzione di matlab lu(A)):

n M. tridiagonali M. piene

10 0.000066 0.000024

50 0.000018 0.000159

100 0.000058 0.000380

250 0.000072 0.005034

1000 0.000164 0.059235

1500 0.000213 0.185970

Si può notare che ad eccezione di n = 10 i tempi di computazione tramite la variante ottimizzata sono sempre molto minori rispetto al metodo classico.

La variante ottimizzata utilizza infatti soltanto i vettori delle tre diagonali della matrice (e non una matrice c.d. piena) perciò deve eseguire un numero di computazioni molto minore, tanto da avere un costo computazionale lineare di 3(n-1), dovuto a n-1 divisioni, n-1 moltiplicazioni e n-1 somme.

Per le matrici tridiagonali di ordine 10 (n = 10) si ha l’eccezione tale per cui i tempi si “invertono” ovvero l’algoritmo di matlab si nota che è essendo compilato, e non interpretato come la variante da noi implementata, è più efficiente di quest’ultima. Aumentando l’ordine della matrice la maggiore complessità dell’algioritmo comincia a pesare sul risultato finale e per n = 50 si ha già che i tempi rientrano nelle aspettative.

Es 2

Di seguito sono riportati i risultati per la fattorizzazione di una matrice simmetrica di ordine 1500 tramite diversi metodi o diverse implementazioni dello stesso metodo:

Metodo usato Tempo impiegato

Cholesky 17.065794

Chol 0.133435

LU 0.217960

Si può innanzitutto notare come il metodo di Cholesky implementato “a mano” sia notevolmente più lento dello stesso metodo ma con l’implementazione interna a matlab o la funzione lu sempre di matlab.

Per fare un confronto reale rispetto ai tempi di computazione bisogna confrontare infatti Chol con LU, o Cholesky con l’implementazione “a mano” di LU che è stata fatta all’esercitazione precedente.

Confrontando quindi Chol con LU possiamo raffrontare i risultati ottenuti con ciò che sappiamo dalla teoria, ovvero che il metodo di Cholesky ha un costo computazionale pari a circa 1/6 \* n^3, che è praticamente pari alla metà del costo computazionale del metodo di Gauss.

Rispetto al metodo di Cholesky bisogna dire che è valido solo su famiglie di matrici definite positive e simmetriche, ed è un algoritmo stabile in senso forte (dalla teoria sappiamo che è possibile infatti maggiorare gli elementi di L con una costante che non dipende dall’ordine della matrice, contrariamente dall’algoritmo di Gauss).

Es 3

In questo esercizio è stata costruita una matrice definita positiva che rispettasse il teorema per cui sia A appartenente a R in nxn simmetrica, se A ha elementi diagonali positivi ed è a diagonale strettamente dominante allora A è definita positiva.

L’algoritmo usato è il seguente:

tril\_left = tril(randn(10));

B = tril\_left + tril\_left' + diag(ones(10,1).\*10);

Si è poi usato l’algoritmo di Cholesky precedentemente implementato per risolvere il Sistema.